

**Демонстрационный вариант заданий для практической части
предпрофессионального экзамена в рамках проекта
«Академический класс в московской школе»
на площадке НИЯУ МИФИ**

Направление практической части: *Математика*

Направление подготовки: *Математика*

Задание:

1. Саша забыл четырёхзначный pin-код своей карты. Он помнит, что в коде все цифры различны, есть цифры 1 и 2 и сумма двух цифр из четырех равна сумме двух оставшихся. Найдите вероятность, что Саша наберет правильный pin-код с первой попытки. (Цифра 0 может находиться в коде на любом месте.)

Ответ: $\frac{1}{168}$

Критерии оценивания задания 1:

Всего 12 б.

- Найдены какие-то группы цифр, удовлетворяющие условию. 2 б.
- Найдены все группы цифр, удовлетворяющие условию. + 4 б.
- Верно посчитано количество комбинаций в какой-либо группе. + 2 б.
- Верно посчитано количество комбинаций во всех группах. + 2 б.
- Верно посчитана вероятность искомого события. + 2 б.

2. Найдите наименьшее четырёхзначное натуральное число, которое при делении на 3 имеет остаток 1, при делении на 4 – остаток 2, при делении на 7 – остаток 5.

Ответ: 1006

Критерии оценивания задания 2:

Всего 12 б.

- Найден общий вид искомого числа. 8 б.
- Верно найдено необходимое число. + 4 б.

3. Решите уравнение: $\log_{x^2-2x+5}(9 \cdot 2^{x-3} - 2 \cdot 4^{x-2}) = \log_{3x+1}(9 \cdot 2^{x-3} - 2 \cdot 4^{x-2})$

Ответ: {1; 3}

Критерии оценивания задания 3:

Всего 12 б.

- Верно и обоснованно решил одну из систем совокупности 4 балла (за каждую из систем)
- Обоснованно получил правильный ответ с учетом ограничений +4 балла
- За арифметическую ошибку, не повлиявшую на ход решения -2 балла

4. Брусок из дерева имеет форму прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, основанием которой является прямоугольный равнобедренный треугольник ABC , в котором $AC = CB = 4$. Боковое ребро призмы $CC_1 = 4$. Жучок-древоточец находится в центре грани CC_1B_1B . Ему необходимо попасть в точку T на ребре CB , где $BT = 1$, побывав на грани BB_1A_1A . Какой минимальный по длине тоннель ему необходимо прогрызть?

Ответ: 3

Критерии оценивания задания 4:

Всего 12 б.

- Описан (качественно) минимальный по длине путь. 6 б.
- Верно посчитана длина этого пути. + 6 б

5. При каких значениях параметра α система уравнений

$$\begin{cases} (x - 2\sin\alpha)^2 + (y + 2\cos\alpha)^2 = \frac{\sin 2\alpha}{4} \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

Ответ: $\alpha \in \left\{ -\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \pi + 2\pi k; -\frac{\pi}{4} + (-1)^n \arcsin\left(-\frac{9\sqrt{2}}{14}\right) + \pi k \right\}, k \in Z$

Критерии оценивания задания 5:

Всего 12 б.

- Задача обоснованно сведена к рассмотрению взаимного расположения прямой и окружности или аналитическому рассмотрению количества корней квадратного уравнения +3 балла
- Верно найдены значения параметра, соответствующие случаю вырожденной окружности +3 балла
- Верно записано условие касания прямой и окружности +3 балла
- Верны найдены значения параметра, соответствующие касанию прямой и окружности + 3 балла
- За арифметическую ошибку, не повлиявшую на ход решения -2 балла